

УДК 621.396

Д. Ю. КИСЛЕНКО, магістрант

В. В. ТАРАСОВА, канд. техн. наук, доцент

Харківський університет повітряних сил імені Івана Кожедуба, м. Харків

## МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ УПРАВЛІННЯ РЕЖИМАМИ ЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ

*В статье рассмотрены некоторые аспекты методов управления режимами энергетических систем, рассмотрены математические методы анализа статической устойчивости, уделено внимание теории устойчивости по А. М. Ляпунову.*

**Ключевые слова:** *методы полной интеграции, методы неполной интеграции, методы квазиинтеграции, дифференциальные методы, баланс активной мощности.*

*У статті розглянуті деякі аспекти методів управління режимами енергетичних систем, розглянуті математичні методи аналізу статичної стійкості, приділено увагу теорії стійкості по А. М. Ляпунову.*

**Ключові слова:** *Методи повної інтеграції, методи неповної інтеграції, методи квазіінтеграції, диференціальні методи, баланс активної та реактивної потужності.*

### Вступ

Питання аналізу стійкості режимів електричних систем мають велике значення, оскільки забезпечення стійкості є необхідною умовою існування будь-якого режиму роботи системи електропостачання, а в першу чергу – номінального режиму.

У технічному аспекті розрізняються такі основні види стійкості: статична (звана в математиці стійкістю в малому), динамічна синхронна (так звана стійкість у великому) і результуюча. Статична стійкість практично визначається як здатність системи самостійно встановлювати вихідний режим (або режим дуже близький до вихідного) при малих його порушеннях. В роботі розглянуті основи аналізу саме статичної стійкості.

### Основна частина

Основним математичним апаратом, який використовується для оцінки статичної стійкості системи взагалі та енергетичних систем зокрема є метод А. М. Ляпунова.

Дослідження стійкості методами А. М. Ляпунова дає можливість, проаналізувавши характеристичне рівняння системи, отримати відповідь на питання, чи буде стійка система чи ні. Для аналізу характеристичного рівняння можна застосовувати різні математичні прийоми або критерії, названі їхніми іменами авторів (критерій Гурвіця або Рауса, Михайлова, Неймарка (метод Д-розбиття) и др. дивись [1.4]). При цьому треба визначати чисельне значення коренів характеристичного рівняння. Однак іноді корисно визначити саме чисельне значення коренів і побудувати характеристики зміни змінних у часі.

Теорія стійкості по А. М. Ляпунову, що застосовується як перше наближення, передбачає малі відхилення і веде аналіз без розгляду збурюючих сил, а тому не завжди задовольняє інженера-практика. Багато технічні завдання не цілком відповідають концепції визначення стійкості по методу Ляпунова. Досліджувані відхилення від усталеного: «Режиму бувають кінцеві, а дії збурюючих сил суттєво не тільки з точки зору створення ними деяких відхилень режиму (ляпуновских збурень) бо і з точки зору чиниться ними безперервного впливу на систему».

Для технічних завдань практично цікаво і важливо підійти до стійкості так, щоб врахувати всі ці обставини.

В деяких практичних випадках більш відповідає фізиці явища теорія технічної стійкості по Н. Д. Моїсєєву.

Специфіка методу Моїсєєва полягає в прагненні отримати оцінку рішення системи диференціальних рівнянь, уникнувши тих труднощів, які полягають у необхідності тим чи іншим шляхом вирішувати систему диференціальних рівнянь або досліджувати характер її коренів.

Наведемо тільки основні положення до розглянемо прості приклади дослідженні технічної стійкості та деяких режимах енергосистем. Технічною стійкістю системи називають здатність системи, що отримала вплив деякої сили (звичайно, заданої за величиною), зберігати стан, близький до вихідного, або повертатися до нього, здійснюючи при цьому на заданому інтервалі часу (кінець або нескінченному) такі рухи, при яких жодна змінна (параметр режиму) не перевищить деякого кінцевого, наперед заданого значення.

Математично умови технічної стійкості можна сформулювати наступним чином. Нехай перехідний процес, що виникає у будь-якій системі після обурення, проявилось у вигляді дії сили  $\Delta P_k(t)$  визначається рівнянням.

$$\frac{dx_k}{dt} = \varphi(t, x_1, x_2, \dots, x_n) + \Delta P_k(t)$$

де  $k=1, 2, \dots, n$ ;  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – параметри режиму.

Згідно даному вище визначенню, система буде стійка, якщо в ній, при дії збурюючих сил  $\Delta P_k(t)$ . Всі параметри режиму  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $\dots, x_n(t)$  при будь-яких своїх початкових умовах  $x_{10}$ ,  $x_{20}$ ,  $\dots, x_{n0}$  ніколи не можуть стати більше деяких значень  $\bar{x}_1$ ,  $\bar{x}_{20}$ ,  $\dots, \bar{x}_n$  званих верхніми межами. В цьому випадку кожна з сил не повинна перевищувати деякого верхньої межі  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , а поточне значення будь-якої сили  $\Delta P_k(t)$  при дії на відрізку часу  $0 \leq t \leq \bar{t}$  задовольняти умові.

Порушення будь-якого з умов  $x_1(t) \leq \bar{x}_1$  означає, що система на відрізку часу  $0 \leq t \leq \bar{t}$  не має технічної стійкості. Перехід до нескінченного відрізку часу дає можливість визначити технічну стійкість системи протягом нескінченно великого часу.

Ця теорія повністю ще не розроблена, однак знайомство з її основами може бути дуже корисно інженеру. На ряді прикладів показаний можливий підхід до її застосування при аналізі режимів енергосистем.

Крім перевірки статичної стійкості електричної системи, як стійкості даного стану системи, виникають завдання перевірки стійкості переходу системи від одного режиму до іншого. Ця проблема стійкості у великому потребує інших методах, часто відмінних від застосовуваних при дослідженнях статичної стійкості. Зокрема, може бути застосований так званий другий, або прямий, метод Ляпунова. Цим методом можна проводити дослідження як статичної, так і динамічної стійкості. Для дослідження динамічної стійкості вимагає рішення нелінійних диференціальних рівнянь. Вони зазвичай безпосередньо не інтегруються, тому для їх вирішення доводиться застосовувати методи чисельного інтегрування.

Головними методами аналізу стійкості енергетичних систем є такі:

**1. Методи повної інтеграції** зводяться до отримання в квадратурах або нескінченних рядах формул загального інтеграла системи диференціальних рівнянь збуреного руху. Виявляючи таким чином характер залежності від часу, відхилень параметрів режиму обуреної системи, можна виявити поведінку незбудженої системи. Це поведінка визнається зміною параметрів режиму в заданій околиці незбудженого стану системи. При вирішенні питання про наявність або відсутність стійкості побудова параметрів режиму в функції часу може не проводитись. Так, наприклад, і робиться в методі першого наближення Ляпунова.

**2. Методи неповної інтеграції** застосовують в тих випадках, коли не можна отримати спільне рішення системи рівнянь розбудженого руху, а можна отримати лише деяку частину її

інтегралів, що дають можливість з'ясувати властивості руху системи. Питання про стійкість іноді можна вирішити на основі дослідження властивостей цих інтегралів без використання інших, чому допомагають уявлення про фізику явища.

Прикладом використання цього методу є відомі з механіки прийоми Лежен-Діріхле, теорема Лагранжа про екстремально-енергетичний критерій стійкості, визначення статичної стійкості за допомогою складання та аналізу потенційної функції.

**3. Методи квазіінтеграції** встановлюють рядах деяких квазіінтегралів системи рівнянь збуреного руху. Отримані співвідношення виражають шукані відхилення параметрів режиму не через відомі функції часу, як це буває при повній інтеграції, а через деякі інтеграли від виразів, які в свою чергу, містять невідомі відхилення. Це є, по суті справи, перетворенням даної системи диференціальних рівнянь збуреного руху в систему деяких інтегральних рівнянь.

Після того як будуть отримані вирази, що визначають відхилення параметрів режиму за допомогою інтегралів від комкомбінацій шуканих параметрів збурюючих сил і, крім того, початкових умов, слід припустити, що значення змінних сил в правій частині рівняння задані. Отримане наближення (зазвичай перебільшене) значення модуля кожної з змінних дає можливість записати умови, достатні для того, щоб стійкість мала місце.

**4. Диференціальні методи** передбачають виявлення стійкості тільки дослідженнями диференціальних рівнянь збуреного руху системи без користування інтегралами або квазіінтегралами цих рівнянь.

Найбільш поширеним є такий варіант диференціального методу, в якому оперують лише з висловлюваннями побудованих деяким чином допоміжних функцій параметрів (змінних) і їх повних похідних у часі. Ці повні похідні знаходять на основі диференціальних рівнянь збуреного руху. Прикладом такого методу може служити другий метод Ляпунова.

Інша група питань, що мають велике значення при дослідженні режимів автоматично керованих електричних систем, стосується якості електричної енергії і якості управління і регулювання. Тут виникають значні труднощі.

Зауважимо, що якість роботи автоматичного регулювання дуже часто описують величиною перерегулювання або відхилення регульованої величини, характеризуючи ступінь загасання коливань після її відхилення. Іноді до такої характеристики приєднують число циклів коливання. Слід відразу ж зазначити, що застосування такого роду характеристик, як основних характеристик якості електричних систем, недостатньо обґрунтовано. При оцінці якості регулюючих систем часто застосовується інтегральний критерій, за яким параметри системи регулювання для забезпечення кращої якості регулювання повинні вибирати з умов мінімуму інтеграла

$$I = \int_0^{\infty} U(t) dt,$$

де  $U(t)$  – позитивно визначена квадратична форма.

Основним математичним змістом досліджень з визначення якості роботи електричної системи є обчислення деяких інтегральних велич, що визначають протягом певного відрізка часу інтегральні відключення квадратичної величини, що характеризує похибку регулювання. Такий інтегральний критерій вказує на те, що немає потреби обов'язково прагнути до мінімального відхилення регульованої величини від заданої або завжди прагнути до зменшення кількості коливань після змін режиму. Зрозуміло, що за інших рівних умов, найбільш спокійний протягом процесу і перехід від одного стану до другого без коливань є позитивним фактором в оцінці якості роботи системи. Однак цей показник не є вирішальним, якщо ці коливання не виявляються занадто тривалими і не стають небезпечними в разі появи подальшого розгойдування системи.

Система енергетики складається з окремих взаємопов'язаних підсистем, які функціонують як єдине ціле, але при вирішенні практичних завдань часто розглядається окремо. Однією з таких підсистем є електроенергетична система – це частина енергетичної системи, в якій теплота і різні види енергії перетворюються в електричну енергію, що передається на відстань, розподіляється між споживачами, де вона знову перетворюється. Енергетична система є сукупність взаємодіючих елементів, які можна розбити на дві групи:

- силові елементи, що виробляють (наприклад, генератори з первинними двигунами), перетворюють (трансформатори, випрямлячі, інвертування), передають і розподіляють (лінії передач, мережі) і споживають (навантаження) електричну енергію;
- елементи управління, які регулюють і змінюють стан системи (регулятори збудження синхронних машин, регулятори частоти, реле, вимикачі й ін.).

Усі елементи системи функціонально з'єднані єдністю генерації, передачі і споживання електричної енергії. У нормальному робочому стані, або у нормальному номінальному режимі, система повинна надійно забезпечувати споживання електричною енергією нормованої, достатньої якості. При цьому бажано, щоб режим системи був абсолютно незмінним. У природі такого повністю ідеального режиму реально існувати не може, оскільки в системі безперервно відбуваються малі зміни (флуктуація) кількості підключених споживачів, їх потужності і складу. Окрім цих малих відхилень, рідше, але також досить часто, відбуваються так звані великі зміни, пов'язані з варіаціями значень потужностей, які виробляються і споживаються, і конфігурацією системи включенням і відключенням генераторів, ліній передач, трансформаторів, підстанцій (вузлів навантаження). Такі зміни переходи від одного режиму до іншого під час нормальної роботи системи називають нормальними перехідними режимами.

Енергетична система, як і будь-яка інша система, інколи зазнає аварій діями, які можуть викликатися:

- порушенням режиму системи перевантаженням окремих елементів і їх автоматичним вимиканням і розподілення системи на частини, якій зветься розвалом системи;
- руйнуванням окремих елементів системи, які можуть викликатися як зовнішніми так і внутрішніми діями.

Наприклад, зовнішніми діями (вітер, ожеледь) можуть руйнуватися опори електропередачі. Внутрішніми діями, зумовленими збільшеними струмами при короткому замиканні, можуть руйнуватися генератори, трансформатори, реактори і підстанції.

Стан системи під час такої аварії і подальший перехід до нового робочого стану називається аварійним перехідним режимом. Усі елементи енергетичної системи розглядаються у взаємодії, яка встановлюється на основі показників, що визначають системні властивості (параметрів режиму), та статичних і динамічних характеристик. У режимі автоматизованої системи ураховується безперервна дія автоматичних пристроїв, які реагують на всі порушення режиму системи, впливають на неї й, у свою чергу, викликають її відповідні реакції. Значення поведінки системи після будь-яких порушень виявляється, таким чином, необхідним для оцінки дії пристроїв автоматичного регулювання, правильного їх вибору забезпечення роботи системи в нормальних і аварійних умовах. Для здійснення початкового режиму, попереднього переходу і режиму, який має встановитися після збурення і викликаного перехідного процесу, необхідно розглядати баланс потужності. Так, передача потужності від генераторів, турбіни яких розвивають потужність  $P_T$ , можлива тільки в тому випадку, якщо  $P_T = f(\varphi)$ , і  $P = \psi(\varphi)$ , де  $\varphi$  - параметр режиму, див. рис.1.

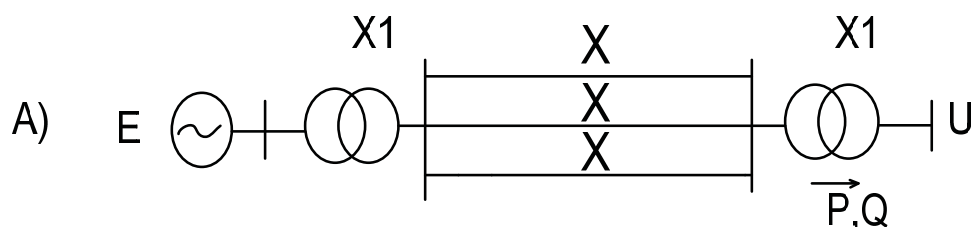


Рис. 1. Початкова схема системи

Режим може існувати, якщо характеристики  $P_T = f(\varphi)$ , і  $P = \psi(\varphi)$  перетинаються, причому звичай  $P_T = \text{const}$ ,  $p = (EU/x) \sin \delta$ .

Також необхідно, щоб активна потужність, яка виробляється генераторами системи  $P_G$ , дорівнювальна потужність, яка поглинається в навантаженнях  $P_H$  і втрачається у всіх елементах системи  $\Delta P$ :

$$P_G = P_H + \Delta P = P. \quad (1)$$

У колах змінного струму аналогічна умова існує і для реактивної потужності:

$$Q_G = Q_H + \Delta Q = Q. \quad (2)$$

Активна і реактивна потужності пов'язані співвідношенням:

$$S_G^2 = P_G^2 + Q_G^2, \quad (3)$$

де  $S_G$  – повна потужність.

Рівняння (1) і (2) не можна розглядати як незалежні і користуватися ними без додаткових умов, які відображають ті або інші зв'язки. У кожному випадку необхідно проводити дослідження цих зв'язків. Але практика роботи сучасних енергетичних систем, параметри яких змінюються в певних діапазонах, дає змогу встановити закономірності, якими може і має користуватися інженер в практичній діяльності. Так, відомо, що зміна активної потужності, яка виробляється генераторами, головним чином впливає на зміну частоти в системі, роблячи порівняльний невеликий вплив на напругу. Можна приблизно визначити відхилення частоти в системі від нормальної виразом:

$$\Delta f = \left( \sum P_{Gj}^0 - \sum P_{Hi} - \sum \Delta P_{\kappa} \right) / \sum P_{Gj}^0 \sigma, \quad (4)$$

де  $P_{Gj}^0$  – потужність генератора  $j$ , відповідно частоті  $f_0$ ;

$P_{Hi}$  – потужність навантаження  $i$ ;

$\Delta P_{\kappa}$  – втрати потужності на ділянці мережі  $\kappa$ ;

$\sigma$  – середній за системний коефіцієнт нерівномірності:  $\sigma = 1/(50\varepsilon)$ .

$\varepsilon_i$  – коефіцієнт статизму регуляторів швидкості в робочій зоні.

Вираз (4) можна отримати з відомих наближених співвідношень:

$$\sum P_{Gj} = \sum P_{Hi} - \sum \Delta P_{\kappa} \cdot P_{Gj} = P_{Gj}^0 \left( 1 - \frac{\Delta f}{50\varepsilon_i} \right) = P_{Gj}^0 (1 - \sigma_i \Delta f), \quad (5)$$

Із виразу (5) очевидно, що якщо система не має резерву, і  $P_{Gj}^0$  не може бути збільшено при зростанні  $P_{Hi}$ , то при  $P_{Hi} > \sum P_{Gj}^0$  неминуче пониження частоти. Із (5) також випливає, що регулювання частоти і підтримка її заданого значення забезпечується регулюванням



активної потужності генераторів. У разі таких припущень очевидно, що рівень частоти пов'язаний із балансом активної потужності, або:

$$\Delta f \approx \varphi(\Delta P).$$

Реактивна потужність, яка видається станціями системи, пов'язана з напругою на шинах навантаження  $U_H$  і збудженням генераторів:  $E = i_{зб}$ . Для радіальної мережі, сумарний опір якої  $x$ , справедлива залежність:

$$U_H^2 \left( E - \frac{Q_H + \Delta Q}{E} x \right)^2 - \left( \frac{P_x}{E} \right)^2, \quad (6)$$

де  $Q_H$  – реактивна потужність навантаження;

$\Delta Q$  – втрати в мережі і генераторі.

Із виразу (6) випливає, що регулювання напруги на навантаженні  $U_H$  і підтримка його заданого значення забезпечуються регулюванням збудження генераторів, а саме: ЕДС  $E$ , яка пропорційна струму збудження і в свою чергу, означає регулювання активної потужності, яка генерується.

Відома також, що реактивна потужність генератора може бути виражена у виді:

$$Q_G = Q_H + \Delta Q = \frac{E^2}{x} - \frac{EU}{x} \cos \delta, \quad (7)$$

де  $\delta$  – кут між векторами ЕДС  $E$  та напругою  $U$ .

Із виразу (7) видно, що рівень напруги в мережі (на навантаженні) пов'язаний із балансом реактивної потужності:

$$\Delta U \approx \psi(\Delta Q).$$

Отже, для здійснення заданого режиму або для введення в режим необхідно впливати на баланс реактивних потужностей (здійснити регулювання збудження) й активних потужностей (здійснити регулювання турбіни станцій).

На рис. 2. проведені характеристики активної (рис. 2,а) та реактивної (рис. 2,б) потужностей для початкової схеми системи, приведеної на рис. 3.

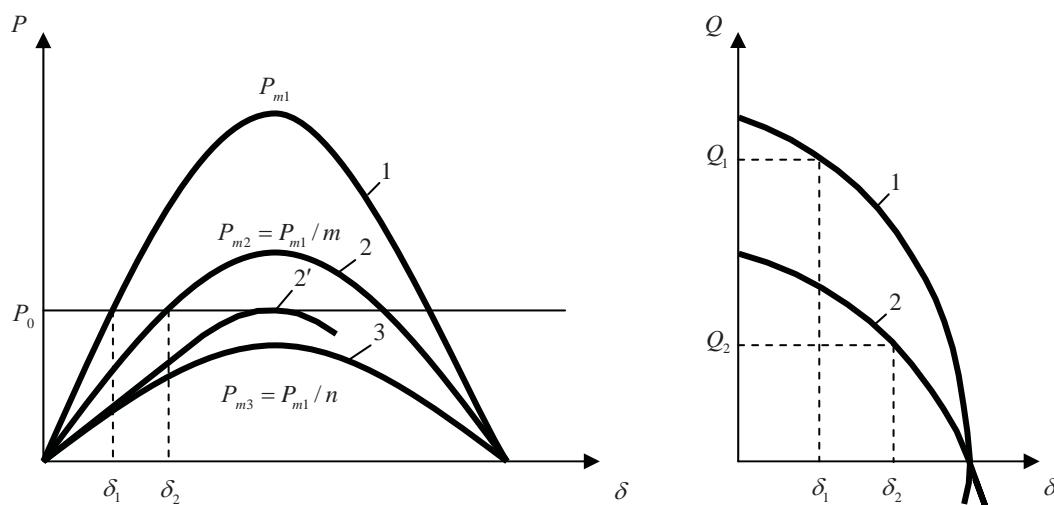


Рис. 2. Характеристики активної (а) і реактивної (б) потужності системи (з рис. 3):  
1 – характеристика, відповідна схемі, яка показана на рис. 3 а, 2 – те саме, для рис. 3 б;  
3 – те саме для активної потужності при відключенні двох ланцюгів у схемі рис. 3.

Характеристика 1 відповідає потужностям  $P_1$  та  $Q_1$  при початковому стану системи (рис. 3,а). Характеристика 2 відповідає потужностям  $P_2$  та  $Q_2$  при одному відключеному колі лінії, тобто стану системи, приведену на рис. 3,б. Характеристика 3 відповідає схемі рис. 3,в, при відключенні двох кіл.

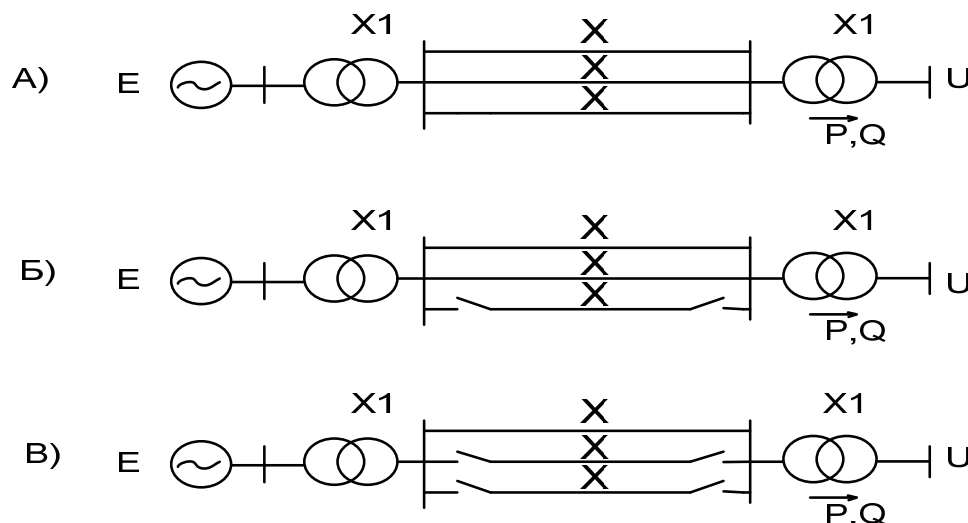


Рис. 3. Початкова схема системи (а) і схема після зміни (б, в)

Зазначимо, що шини, де прикладена така напруга, часто називають шинами нескінченної потужності (ШНП). Звичайно шини системи, потужність якої у п'ять разів перевищує потужність передачі, можна вважати за ШНП.

### Висновок

В цій роботі розглянуті характеристики активної і реактивної потужності системи, проведено аналіз стійкості режимів електричних систем який має велике значення у всій енергетиці України, оскільки забезпечення стійкості є необхідною умовою існування електричного режиму.

### Список літератури

1. В. А. Веников, К. А. Литкенс. Математические основы теории автоматического управления режимами электросистем. М.: Висш. пск. 1964. – 204 с.
2. А. Б. Барзом, Системна автоматика.
3. Ж. Лекогріе Управляемые электрические вентели и их приминение. М.: 1971 р.
4. В. А.Скопинцев, В. Ф.Ситников. Оцінка надійності головної схеми електричних з'єднань електростанції // Електричні станції, № 3, 2007. – С. 47–52.

## ANALIZ OF METHODS OF MANAGEMENT THE MODES OF THE POWER SYSTEMS

D. Y. KISLENKO, magistrant  
V. V. TARASOVA, Cand. Tech. Scie., associate professor

*In floors considered some aspects of methods of management of the power systems the modes, the mathematical methods of analysis of static firmness are considered, attention of theory of firmness is spared for And. M. of Lyapunovu. Keywords: Methods of complete integration, methods of incomplete integration, methods of kvaziintegracii, differential methods, balance of active and reactive power aktivnoy moschnosti.*

Поступила в редакцию 09.03 2012 г.